B. N. C.
FIRENZE
1046
11

1046.11

SANTIN:

BRYSSO REDIVIVVS

Seu de

Geometrica Circuli quadratura
vnico ſoluta Problemate.

1872

ROMAE,

Typis Angeli Bernabò à Verme. MDCLVIII.
Superiorum permiſſu.

ILLVSTRISS. AC REVEREDISS. D.

D. CAROLO EMANVELI VIZZANIO

BONON. PATRITIO

Vtriuſque Signaturæ Referendario, S.Officij Aſſeſſori, Aulæ S.Conciſtoriali Aduocato, & in Archigymnaſio Rectori deputato.

A. SANCTINIVS LVCEN. Congregationis Somaſchæ Sacerdos, & in eodem Archigymnaſio Mathematum Profeſſor F.P.

MAXIMA in publicis ſtudijs inuenitnr controuerſia, Illuſtriſſime, ac Reuerendiſſime Præſul, ob duas admodum implexas quæſtiones, quarum neutra fuerat reſoluta, vtvt nec indiligenter diſceptatas, immo continenter inquiſitas. Vna de compoſitione continui inquirens (cuius tres fiunt gradus, vt ſunt dimenſiones) altera verò commutandi ſpatium circuli in quadratum accuratè. Prima videtur petere, quod eſt arcanum naturæ, ſcilicet illius modum in productione rerum, longè

diuerſum ab eo, quod diſpenſatum fuerat humanæ menti, vt ſcilicet ſpecies recipiat à ſenſu, quare in diſputatione relinquendum, nec valde ambiguum an conciliari poterunt Philoſophi.

Secunda deinde quæſtio tota eſt geometrica, & per ea, quæ ab ipſa humana mente concipitur poteſt aſſequi, ex ſuis principijs, nempè elemēta propria, & quoniam à nullo hactenus fuerat aſſumpta per ordinata media, plurimi in difficultates ſeſe repererant inuoluti, quam poſſent liberari, & reliquerant ea, quæ fuerant à natura, vt proſequerentur conceptiones ad rem minimè conducentes. Proinde dicimus ex inordinatè propoſitis natam difficultatem, & nos aſſequuturos ſperamus per ſimpliciſſima media quæſitum hactenus opinatū inter impoſſibilia; quod idem infortunium acciderat ipſi heptagono ordinato, quem à nullo fuiſſet exploratum tam manifeſtum habetur, quod probatione non indigeat, adeo quod multa relicta in geometricis, quaſi pentagonus tranſitum obduxiſſet ad vlteriores polygonos; attamen duo hæc problemata ſimpliciſſimè per elementa ritè percepta, & ordinata, conſtruuntur, vtque poſt inuentionem mirum fiet, quomodo ignoratum fuerit à tot cultoribus Lyncæis.

Duo igitur ea problemata inter eas immiſimus propoſitiones, quas diximus Euclidi reſtituendas, non tamen ita explicata, vt neceſſe fuerat, quare

rurſus exponere pro noſtro modulo eramus obnoxij.

Opuſculum igitur qualecumque fuerit auſimus tuo nomini nuncupare, quoniam non debuimus ignorare illud ſapienter aſſertum; quod ardor diſcendi prima fiat magiſtri dignitas, & à te quam maximè fuiſſet cuſtoditum; quoniã in ætate floreſcenti poſt omnem à Græcis, ac Latinis eruditionẽ adeptam, elegeras ex profeſſo ſtudium interpretari philoſophicum, vt per grauiora porrò clauderes Cyclopædiam integram, interim Latinis antea ignotum dederas, Ocellum, & tuis illuſtratum commentarijs, & deinde multiplici laurea decoratus. Ad Iuris prudentiæ labores conſcenderas.

Cooptatus ſcilicet in eo Sapientum Collegio; qui in Aula S. cauſſas agere queant. Pluribus deinde oneratus munijs, quæ omnia decenter ſuſtines, dotatus à natura, viribus, ac temperamento, adeo quod nullum te negotiũ inuenire potuit, quo minus ab vno in aliud intendere tibi non ſit liberũ, difficiliaque penetrare, atque reſponſa pro quæſitis ſapienter promere.

Neque tot implicitus curis, ſi quando detur a publicis negotijs quieſcas (non tamen à laboribus) quoniam in morem duxeras, tunc te retrahere (quaſi per amęna viridarij) inter dilectos Pluteos, Selectorũ ſcilicet authorum, vt moliaris aliquid ex Genio, vt modò accepimus ad explendum cõmentarijs

tarijs tuis exornare, quod reliquum feceras de aſſumpto titulo, cuius partem in lucem emiſeras de Principis mandato. In hanc igitur ſolitudinẽ meũ optarem te inueniret opuſculum,& poſſet à Genio impetrare duo ad ſummum quadrantes horæ, vt illud inuiſeres; (etenim extra illum locum, & importunum, & moleſtum foret) ſiquidem de tua probatione ratus nullus ſperarem mihi poſſet ingerere metum, quia cum integra phalange pugnaturo non ignarus fueram. At dum Geometria propugno eius inſtructus armis ſaniores ad noſtras tranſituros partes minimè sũ ambiguus; ideo poſſet protectus ab intelligentia,nec fucum nobis facere quiſquam de vulgo:pro ea igitur quam conſecutus fueras doctrina, opellam ne deſpicias oro; res enim habet non pendenda à mole, at ex viribus, quibus non pauca per totam Geometriam ſanari poſtulant, vt duo fuerant iſta problemata, quæ à multis iam annis ſua tenuerant idonea media, neque ab authore(ad aliud intento) cognita, neque ab alio perſpecta,vt reſultarent quæſita,quare quod vni fiunt vt elementa, alius aſſumit ad incrementa;ideoque in Geometricis nullus finis,neque mea erga te deuotio, atque obſequium limitem. Vale.

Ego

EGo infraſcriptus perlegi Opuſculum, cui titulus; Bryſlo rediuiuus, *à R. P. D. Antonio Sanctinio Noſtræ Congregationis Sacerdote, & nihil in eo reperi contra Fidem, aut bonos mores. Ideo facultate ſuper hoc ſpecialiter mihi facta ab Adm. R.* P. D. *Paulo Carrara Præpoſito Generali Noſtræ Congregationis, vt Typis mandetur concedo, ſeruatis tamen ſeruandis. In quorum fidem &c. Romæ in Collegio Clementino die* 15. *Octobris* 1658.

D.Hieronymus Rubeus Viſitator
Congregationis Somaſchæ.

Impri-

Imprimatur ſi videbitur Reuerendiſs. Patri Magiſtro Sacri Palatij Apoſtolici.

M.A.Oddus Epiſc.Hierap.Viceſg.

Imprimatur.

Fr. Raimundus Capiſuccus Mag. Sac. Pal. Apoſt. Ord.Præd.

Ex literarum euersione in Opuſculo ſunt quadam typographica errata, qua abſque ſcrupulo remitti queunt prudentia Lectoris, & ſequentia correximus.

pag. 9. l.3.	*m icirculo*	legas	*in circulo*
p. 11. l.9.	*quara*	l.	*quadratum*
p. 23. l.4.	*inserit*	l.	*in se erit*

PROLOQVIVM.

PROPTER effectiones plurimas, ac proprietates quas de circulo Veteres obſeruarunt, & in Matheſi præſtantiàm, præterea, quæ ad humanos vſus commoda & vtilitates prouenire nouerant, problema de dimenſione illius excitarunt, in quo nec omnes conuenerant, fuiſſet ſcilicet ſolubile, vel non, ita ex Ariſtotelis interpretibus habetur. At ex ijs qui affirmàrunt tres nobis memoriæ referunt; quorum primus fuerat Hippocrates ab inſula in qua ortum duxerat dictus Chius, Illæ ſuum modum non malè inceperat, nempè à principijs Geometricis haud digreſſus, deinde pro circulo degenerauit in quaudam eius partem à forma lunulam dictã, ſeu meniſcum quadrauit, at quia res noua fuit & ad incrementum feciſſet, non fuerat eiectus.

Secundus acceſſerat Antiphon inter philoſophos tunc non de turba, de eo habetur dixiſſe non differre circulum à prolygono laterum minimorum nullo modo perceptibilium, at per hoc aſſertum, inferebatur auferri à continuo quod eſſet de eſſentia, ſcilicet potentiam ſecandi, & quod duo poſſent dari abſque medio puncta, quod fue-

rat contra naturam continui, reprobatus manſit. Tertius deindè fuit Bryſſo, de quo philoſophus in primo poſteriorum, & in Elenchis commemorat reprehendens, quod in aſſumpto defeciſſet, quia de communi fuerat, non ex proprijs, vt oportuit, & illius paralogiſmum aiunt plures ex Eudemo Latini ac Arabes hunc fuiſſe. Vbicũque eſt maius & minus ibi eſt æquale, ſed in rectis lineis figuris datur circulo maior, ſupplę quadratum diametri circumſcriptum; datur minor, per quadratum inſcriptum, ergo datur & æquale, & hoc ſanè ratiocinium de potentia concludit, opus namque erat inter ea duo quadrata in ratione dupla indicare punctum in quo in circumferentia æqualitas ea conſiſteret, quod non fecerat Author ille, neque quiſquam ab alio hactenus præſtitiſſe reperimus.

Archimedes verò ſuo admirabili ingenio conſiderauit quantitatis genus duo includi, diſcretum, & continuum, in ſua abſtractione non immiſceri, at in concretis iuuari ad inuicem, Ideò nobis propoſuerat comparationem diametri cum peripheia, & per deſcriptionem, at inſcriptionem ſimilium prolygonorum aperuit viam procedendi abſque limite, ſibi vero ſat fuerat, qui omnia ad opus duxerat, ſiſtere ad prolygonum 96. laterum, eam methodum porrò proſecuti fuère noſtris temporibus poſt alios anteriores authores induſtrij, qui

appro-

appropinquandi magis, ac magis poſſe, at rem acu tangere nouerant impoſſibile fieri, natura repugnante diſcreti generis, ex genere continui artifex ille magnus aliam excogitauit methodum, per occurſum duarum rectarum linearum cum ſpirali, vna ad rectos angulos eleuata contingens circulum in principio ſpiralis indefinitè, aliam verò contingens ſpiralem in principio conuerſionis, & quamuis delineatio ſpiralis non ſit geomètrica; non defuerunt cultores, ac minimè potuerant eam tangentem helicis determinare, quod, nec fecerat ille ſupremus author, verum ea inuentio ab artificibus culta in materiatis ſuas habet vtilitates, quare problema dequadratura non fuerat per tot tempora exhibitum, ad hoc probandum mihi labores non ſumam, cùm Io: Gerardus Voſſius noſtri temporis conſpicuus author, multis nominibus, in volumine de artibus popularibus, philologia & mathematicis ſcientijs ad cap. xvj. in ſe tranſtulit: vbi habet:

Interim poſt tantorum virorum experimenta, & demonſtrationes, eamque copiam inſtrumentorum, quam hodie habeamus; nihilominus ſuper eſſe videatur in hac arte, quæ necdum perfectionem ſuam fuerant conſecuta.

Talis eſt quæſtio dequadratura circuli, quæ tot iá olim præclara exercuit ingenia. Vti Pythagoræ, Platonis, Euclidis, Antifontis, Bryſſonis, Hippar-

chi, Archimedis, Ptolomæi, Nicomedis, Apolloni pergæi, Philonis gaditani, Spori, Pappi Alexandrini, Boethi, Hermanni contracti, aliorumque virorum; nec minus ſuperiore ſeculo, ac noſtro agitata eſt à Nicolao Cuſano, Io. Regiomontano, Orontio Delphinate, Franciſco Vieta, Ioſepho Scaligero, Ludolfo à Ceullen, Hadriano Romano, Alphonſo Melitenſi Cino, VVillebrordo Snellio, Henrico Briggio Anglo, Chriſtiano Seuerino, Io. Pellio, Gregorio à Sancto Vincentio, & alijs ſummi ingenij viris. Num quæſtionis ſubtilitatem, aut ingenij humani imbecillitatem, in cauſa dicemus eſſe, quod ſeculis tot fuerit deſudatum in ſoluendo nodo, qui adhuc ſit inuolutus? Non ſpiralis magni Archimedis ratio, non illa quadratrix Pappi, ſuffecere. Prætulere hi lucem non exiguam, nec leue fuit quod poſteriores addiderunt, ſed ſic quoque, ea quæſtio parte ſui manſit tenebris obſepta. Nimirum à carceribus eſt procurſum, necdum tamen ad metam eſt peruentum.

Atque idem dixero de problemate Deliaco, ſiuè duplicatione cubi, quæ fieri nequit, niſi immittendo duas rectas lineas inter datas, vt continuè ſint proportionales, quo in problemate laboratū olim à Platone, Archita Tarentino, Menechmo, Eratoſthene, Philone Bizantio, Apollonio Pergęo, Herone, Nicomede, Diocle, Sporo, è Iunioribus a Ioanne VVernero (vt de Io. Moltherohaſſo taceam)

ceam) à Chriſtoforo Gruembergero. Illo (vt ait Claudius Riccardus in Commentario in Euclidem Hypſidem, & alios) cuius ſunt omnia geometrica, quæ de Templo Salomonico legere eſt apud Ioānem Baptiſtam Villalprandum. hucuſque Voſſius. At poſt illius deceſſum ratio poſtulat noſtri inſtituti minimè in ſilentium tradere, que ſucceſſerat, ſcilicet ex Gallia ſatis ingeniorum felix. Prodierat Renatus des Cartes, qui repererat ante ſe eam artem ſpecioſæ ſcilicet analyſis, à primo authore Viæta excitatam, cum ille in eandem valdè propenſus eſſet; in culturam ſuſceperat, & nonnihil immutatam; immò verius aliam propriam conceperat nouam atque ſtudioſis commendauit, ex ijs haud ſuo abſimiles ingenio aſſeclas obtinuit, qui poſt illius deceſſum (non enim vltra quatuor & quinquaginta annos, quæ dicuntur lanifices eius ſtamen protraxerunt) relictum agrum ſibi agnouerant fæcundiorem non permiſerant quieſcere infatigatum. Profitebatur nobilis ille des Cartes ob aſſecutam cum acumine mentis, peritiam, de omni oblato problemate poſſe decernere, & determinare an fuiſſet ſoluendum, ſiue minus, quo circa requiſitus opportunè quid de eo quadraturæ ſibi videretur, reſpondit.

,, Illud eſſe problema iſtis poſitionibus circum-
,, uallatum quod oleum, & operam perderet
,, quicumque illius ſolutioni ſtuderet.

Hoc totum habemus traditum à Daniele Lipſtor-pio in volumine ad ſpecimina philoſophiæ Carte-ſianæ mihi ſol. 87. quare opinari licet, quod experimentum ſumpſiſſet, quid ſibi iuuarent artis ſuæ analyſeos vires, & agnouiſſet eas minus efficaces ad intentum, quod illud idem antea contigerat Vietæ, qui ad omne problema laudauerat in Iſagogius ſuis methodum traditam, fortaſſe in mentem retinuerat à methodo ea non comprehendi problema de circulo inquadratum, quoniam in octauo Variorum, ad caput xv. vt probaret quid per Geometriam liceret aſſequi (cognouerat namque regiam, quam dixerant alij viam ab Archimede propoſitam, non collimáre ad punctum) dixerat ſe agere de dimenſione circuli Geometrica: benè proxima veræ, ſcilicet minimè accurata. Ideo locus huic inſigni problemati occupatus non adeſt, Nonnulli aſſeuerarunt cum Campano, qui oppoſuit quadraturæ illum de angulo contactus ſcrupulum, nimirum angulus mixtus à portione circulo maiore eſſe recto maiorem: reliquus verò de circulo, minor recto, & tranſitus fieri per continuum; attamen angulus ſemicirculi non eſſe rectum, vbi argumentum Bryſſonis omne caderet; verum noſtra methodus non afficitur per angulum contactus, quia de eo tamquam ſi non eſſet nihil attigimus, vt infra cōſtabit: præterea ea quæſtio hodie à viris peritis exagitata, vt cognoſcerēt, quid

quid res ſuâ natura exquirat, demonſtrarunt eſſe terminata, & multis rationibus concludunt non differre rectus à lineis rectis conſtitutus angulus ab eo ſemicirculi, non enim appellatio fieri debet aliundè, quã ad mentis tribunal; etenim Ius nullũ manet, ad illud ſenſus quoniam à proprio obiecto, matheſis ſubtracta materia, non poteſt ſe immiſceri ſẽſus quomodocũq; porrò ſe habeat res, noſtra methodus non afficitur, quoniam verò neſcio quid animoſitatis referat vt vergat ad temeritatẽ, qui contra tot heroes videamur audere, primum eos admonitos volumus, qui noſtra inſpecturi ſunt, quod per omnia munimur euclideis elementis, à quorum robore, non erimus diſceſſuri, neque præterea ſumus adeò hebetes, quod ignoremus poſſe ſolutio hæc præclara alicui conſpicuo loco haberi emancipata, & per accidens fieri eum à nobis occupari eo tempore, in quo Geometrica facultas inclinet dilucidari antiquum hoc præſtigium, quod nuncupari debuit; propterea quod illud tam arduum tot ſeculis appruerat, facillima res erat, atque præ oculis, vt mirari oporteat ſe illuſos fuiſſe lynceos & peritos, vndè cenſendum erit certo conſilio geſtum, quod voluerit Geniuſcalamo inſufflari noſtro, vt liceret nobis illud vertere celebris Vatis.

Carmina non ſcripſi, at modulans alterna notaui, fortaſſe quia nonnihil Iuris ad rem perueniſſet,

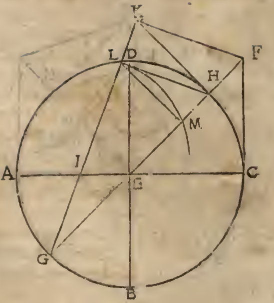
per

per conſimilis vetuſtatis, duo alia ſoluta problemata ex elementis proprijs Geometriæ' ſcilicet de duabus immiſſis lineis inter extremas rectas, vt fieret vna analogia, ac de ſectione anguli tripartita. Ne igitur incomitatum problema iteretur quadraturę, iunximus aliud pro heptagono vtrumque. Conſtruetur igitur & vt noua res demonſtraturi, antiquum illud repetemus (paræmia, ſeu) adagium cogitationes ſecundæ meliores.

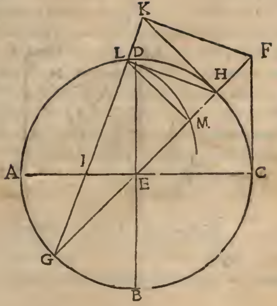
PROBLEMA.

Spatium circuli Geometria in quadratum commutat.

DAtur circulus, vt vertatur eius ſpatium in quadratum, concipiatur cirumſcriptũ quadratũ, cuius media latera tãgent in ABCD extrema diametrorũ AC, BD, ab angulo CFD, (concipe ductá FD) æquali ſuo oppoſito, alia diameter GH porrecta habetur in F, augmẽtum illud æquale fiet ex altera parte, ſi centro ex E diſtantia EF excederet HG. peræqualem exceſſum HF, nam GFH per 3 ſecundi eſt GHF, plus HF quadrato, ad hoc igitur quod minuatur illud augmentum, erigatur ex H contingens non terminata, & à puncto F incli-



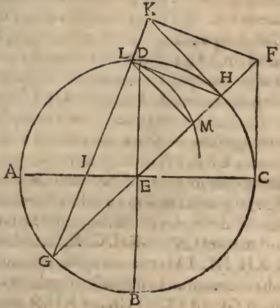
inclinetur FK æqualis ſemidiametro , FC datur K punctum à quo in G , extremum diametri HG. ſecabitur in L.à circulo:Dico partẽ micirculo GL eſſe latus quadrati æquale circulo dato. Iungatur HL,quoniam exceſſus quadrati à diametro GH ſupra circulum,debet contrahi analogicè intrà eum, vt illius partes potentiales, vt GL,HL,æquent penitus quadratũ diametri, ita quod pars vna , GLq, ſit pro ſpatio circuli , & reliqua LHq pro collectis exceſsibus,qui ſunt triangula quatuor mixta æqualia, atque ſimilia, quod vt fiat, oportet ſecare GH,



vt in M, vt fiat linea GM, ad MH, in ea ratione quadrati GL, ad LHq, vſque ad hoc vt reſolutio, in ea ſunt duo ordines, GM linea prima, GH ſecunda GLq, tertia magnitudo, GHq quarta, MH linea quinta, HLq, ſexta, ſi per 24. quinti argumẽtũ fiat à cõpoſitione, erit per 31. ſexti, vt prima cũ quinta GM†MH, ad ſecundam GH, vt tertia cum ſexta GLq†HLq, ad quartam GHq, vtrobique æqualitas, & ordines ſunt HG, GL, GM vnus, GH, HL, HM, alius, quare ſecatur GH quidem in M, vt quadratum GL, ad HLq, Hoc autem ritè per-

geo-

geometriam perceptũ fiet problema facillimũ,ſcilicet duarum GF, GH, & tertia per 11. ſexti inueniatur GM, & à puncto M erecta ad normam ML. erit L punctum, ad quod æqualitas conſiſtit, & ad hoc tam obuium opus reuocatur præſtigiũ ignotum noſtris maioribus.Sed pergamus ad reliquum huius harmoniæ geometricæ. nam triangulum GKF rectangulum in K per conuerſam 8. ſexti, fuerant enim GF in FH rectangulum, & quadra- FK æqualia, quia in analogia fuerant tres illæ GF. FK. HF. ergo punctum K in circulo à ſemidiametro totius GF deſcripto, & ſimilia, deindè triangula quatuor maiora GKF. GKH. GHL. GLM. & lineæ FK. KH. HL. LM. tria triangula minuuntur per ſimilia incontinua analogia triangula. Si dixero igitur, vt GF. ad FK. ita GK. ad KH.& pergendo vt GK. ad KH. ita GH. ad HL. & quoniam poſita fuerat, FK. æqualis dimidij GH. hoc eſt ſemidiametro, erit propter ſimilitudinem triangulorũ KH. ſemiſſis GL. pariter & latus tertium HF. in triangulo FKH. ſemiſſis fiet tertio reducti trianguli latere, HL. quod etiam per 2.ſexti GF. ad GH. vt GK. ad GL. ita FK. ad HL. triangulum igitur GFK reuocatur intra circulum per HGL triangulum, nempè per analogiam trium FH. KL. HM. & conſequenter latera, KHL. ſunt dimidia latera trianguli LGM. hoc eſt HL. ſub dupla GM,& LK. ſubdupla ML. iam fuerat GL. dupla KH. omnia



coſentiunt in hac geometrica harmonia, & quadrata GL. LH. in circulo partes naturales de quadrato circumſcripto diſtinctæ ſunt, circulus pro quadrato GL, & exceſſus reliquus in collecto HL. quadrato, & extra illud L. punctū aliud, analogia nō poteſt ſubſiſtere, quare à circumſcripto quadrato ſi per E. centrū ad ſemidiametrū EF. ſcinduntur HF. & eius æqualis ex altera parte, dupla itaq; HF. eſt ad ſenſū æqualis HL. pro quatuor ab HF. quadratis per 4. ſecundi exceſsibus, & quod fuerat poteſtas in GH. extēſa cū exceſsibus, qui detrahuntur,

reuo-

reuocata diameter GH. vt in poteſtate intra, & eius partes GL. & HL. illud ſpatium reſtituunt, quæ poſſunt aſſequi per factam conſtructionem GF. ad FK. ita GH. ad HL. & modus iſte fuerat à nobis in editione prima obſeruatus; Nunc verò pregreſsi ſumus compendiosè, vt duarum GF. GH. tertia ſequatur GM.

Sed adhuc non aperuimus per arcani huius veram clauem, quæ erat circumſcriptum quadratũ, & facta conſtructione, vt in ſchemate ponere diametrum GH. differentiam extremarum, & ſunt extremæ GF. FH. & clauis vlterius, ad alias extremas GK. KL. tertiò differentia alia extremarũ GM extremæ fuerint GH. MH. quare per hoc idem medium nempè idoneum, ex dato latere, & media ad tria in ſerie regredimur. Sit ergo GL. differentia extremarum eius extremæ per vulgatum lemma, ſeu primam propoſitionem 3. Zeteticorum Vietę inuenio punctum K. à quo in erectam à puncto L. indeterminatam pono ſemiſſem GL. vt KH. habetur determinatum H. punctum, & ex G. in H. diametrum: ergo redit circulus à diametro GH. æqualis ſpatio quadrati GL. in hoc omnia redeunt conſimilia, quod non eſt opus iterum repetere. Si verò placeat varietas abſque diſpendio, ſumatur GL. pro diametro, cui circulus eat, in quo aptabis per primam quarti duplam LK. fiet LM. & ex G. in M. procurrat linea in idem punctum H. ere-

ctæ

ctæ ex L. normalis fiet LH. quadratum differentię inter HG. quadratum diametri, & circulum.

SCHOLIVM.

QVocirca diameter GH aucta in GF efficit ba. ſim trianguli rectãguli GKF, & amoto augmento HF manet aliud GKH triangulum, in qua ſeries continuantur GHL triangulum totum, & partes in eadem analogia, ita vt LM MH quadrata, ſunt differentia quadrati à diametro HG ſupra circulum, & duo GM, ML quadrata ſunt ſpatium circuli omnia reuocata in eadem analogia triangulorum ſimilia, quare addito triangulo LMH ipſi GLq, ſeu GML triangulo triangulum GLH, per diametrum, vt quadratum æquatur rurſus quadratis GL, LH ſimul vt etiam ex 2. duodecimi circulus AB, &c. duobus circulis à diametris GL, LH, quare geometricè omnia procedunt, nec amplius erunt obſcura.

PRO-

PROBLEMA II.

De conſtructione Polygoni imparium laterum in genere.

MAiores noſtri inordinatione prolygoni laterum imparium non vltra pentagonum præceſſerant, quod autem ad latus quindecimi exceſſiſſent fuit per differentiam duorum laterum pentagoni in eodem circulo ſupra latus iſopleuri, at pro heptagono ſingulari effectione, ignotum fuerat tot ſæcula ad noſtra vſque tempora, ſuppleuerant authores per opus haud legitimum, quo ad Jo: Keplerus perteſus de onere inquirendi, & reperiſſet nil ſibi iuuari in ſuis harmonicis inſectatus illud ſchema, ſuaderi voluerat non poſſe aſſequi geometricè, & ideo neque inquiri amplius oportere, quia defectus in facultate ineſſet; nos in quadam opportunitate non pro vno heptagono, at pro indeterminatis formulam quamdam generalem dedimus, etiam pro paribus lateribus potens, non tamen accipiendam in vſum, cum biſectio elegantior efficiat, noſtra exemplaria non fuerant venalia animo quædam reformandi iam à decem annis, nec modo licuit ob vrgentia alia, quæ impediunt, at quia incidimus in quodam Volumen

Tu-

Tubingæ impreſſum ſub titulo Synopſis mathematica, &c. apud Io: Alenandri Cellij, 1653. in quo reperimus repetita verba Kepleri, vt ſequitur mihi fol. 171.

Notandum de Heptagono.

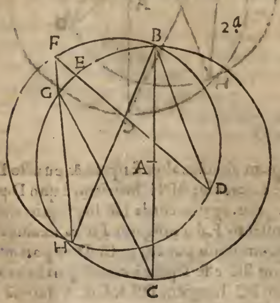
,, Heptagonus, etſi mechanica quadam ratione
,, circulo inſcribi poſſit, geometirica tamen de-
,, ſcriptione, tàm extra circulum, quàm in cir-
,, culo caret, quum lateris quantitas, reſpectu
,, diametri, vel cuiuſcumque alierius figuræ, etſi
,, neceſſaria ſit ignoretur: nec vt vult Keplerus
,, in ſuis harmonicis è mente humana ſciri poſſit:
,, Itaque nullum vnquam regulare ſeptangulum
,, à quoquam conſtructum eſſe ait, ſciente, & vo-
,, lente, & à propoſito agente, nec conſtrui poſſe,
,, ex propoſito, ſed benè fortuitò, & tamen igno-
,, rari neceſſe eſſe conſtructum ſit, an non.

Hactenus in ea Synopſi, quocirca innouatum hoc Kepleri aſſertũ, à ſuis Coacademicis, vt aiunt, quia opuſculum illud noſtrum totũ nequeat rurſus viſitari, eam partem pro præſenti quæſtione de heptagono non debemus relinquere, quum ad rem faciat maximè, ne contra veritatem geometricam gliſcere ſinamus erroneam doctrinam, etenim defectum fuerat in cultura, atque cultores, nõ tamen in facultate. Ponamus igitur generalem inuentam prius formulam, deinde veniemus ad aliã

ſingu-

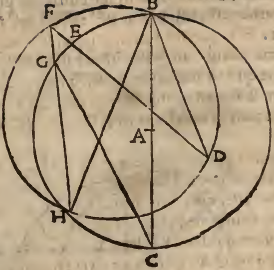
ſingularem,vt appareat, quam imperitè inſecutus fuerat heptagonus, & quanti fieri debeant,quę pro geometria propugnanda exhibentur. Ad rem itaque.

Detur circulus in diametro BE. de quo inquiratur pars quæcumq; laterum imparium. Accipiantur tot ſemipartes in periferia, quot latera debet habere polygonus, ſit exemplum in heptagono,



itaque accipiantur tres partes cum vnius ſemiſſe à puncto B. ea amplitudine circini, vt omnes ſimul citra diametrum contineantur, & ſint in noſtro caſu ½ in arcu BH. prima BE. iungatur corda BH.

24



circa quam circulus alter ſcriptus,& puncto D, ſecetur ſemicirculus BDH. biſariam, à quo D.per E. datum prius, agatur corda DE.in proprio circulo, & ab inuento F.alia iungatur HF.ea ſecabit circulum datum nouo puncto in G. Dico portionem abſciſſam BG eſſe ſeptimã circuli partẽ circa diametrum BC. Iungãtur DB.& CG. & quoniã inſiſtentes ſuper æqualem, aut eundem circulum per 21. tertij, anguli ſunt pares, & pares anguli de inæqualibus, circulis portiones ſimiles abſcinduntur per 10ª definitionem tertij, propter BG.anguli ad H.& C.æquantur,ita propter FB.anguli H,& D.

æquales,tres ergo anguli H,C,F,pares ſũt,atq;arcus BG.BF.BE.in analogia, & inuertendo erit proportio continua BE. BF. BG. at BE. eã pars fiet aſſumpti arcus BH. quæ BF. ſui ſemicirculi BH. atq; BG. ſemicirculi dati, $\frac{1}{2}$ ad $\frac{1}{2}$ quæ BF. ad BH. atque BG. ad BC. & BE. ad BH. omnia conſequentia duplata erit ratio BE. ad duplum BH. arcum . Ita 1. ad 7. Ita BF. ad ſuum circulum BFHD. & ita BG. ad ſuũ datum.

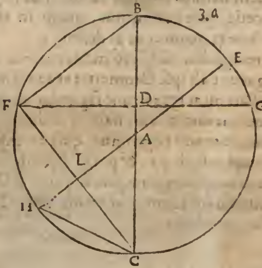
Quocirca per hanc inuentam analogiam ſeptimam partem in duos circulos exhibemus, quod fuerat neceſſe, quia non minus, quam in tribus terminis haberi nequeat ex 9. definit. 5.

Authores quidem Keplero moderatiores nunquam negarunt ab ipſa Geometria eruendi heptagoni poteſtatem; at repeterunt ſapienter non eſſe adhuc inuẽtam eam artem, hanc tradidimus ante decennium, & modò repetimus, quia exemplaria pauca fuerunt diſtributa, & porrò ſuccedentibus temporibus iniquis ex non paucis extra Italiam directis iuncturam fecimus, at tranſeamus ad ſingulare illud problema.

PROBLEMA III.

Heptagonus in circulo à Geometria inſcribitur.

SIt circulus in diametro BC. hæc ſecta in D. ſecundum mediam, ac extremam rationem,& ad rectos angulos per idem punctum ducta FG. Dico ſectum circulum in quatuor,& tres omnes partes æquales, quarum vna HC. iungantur CF.

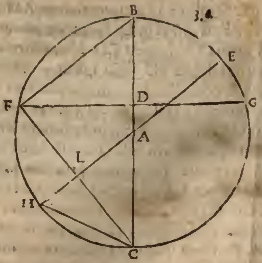


BF. & quoniam ex vi ſectionis tres fiunt in ſerie CB.CD.BD.& per 8.texti CB. BF.BD.ergo æquales CD. & FB.at ſi diuidatur biſariam CF.à linea ex cẽ-

tro

tro AH. ipſi CF. erit & arcus bifariam ſectus per 30. tertij, & ſimiliter in ratione eadem AH. in L. ſecatur, vt dupla ipſius in D. fuit; nam per 4. ſexti AL. eſt ſemiſſis FB. hoc eſt CD. Ideo, & reliqua HL. ſemiſſis reliquæ BD. ſecta igitur ſemidiametro AH. in L. compleatur diameter HE. hæc ducta in HL. minorem partem, ſemidiametri ſectæ ſecundum mediam, ac extremam rationem EH. in HL. poſſunt quadratum HC. Dico eſſe latus ipſum quæſiti heptagoni. Probemus primum per angulos, etenim per 8. ſexti anguli FBC. CFG. fiunt pares, vt etiã alij duo BFG. FCB. intelligatur diameter conſueta diuiſione 360. in partes ſcindere, ergo ad A. centrum quãtuor recti fiunt, quorũ A. vna ſeptima pars in triangulo HAC. habet 51.$\frac{3}{7}$ & in periferia angnlus B. duplum 102.$\frac{6}{7}$ totidem pro CFG. funt ſimul 205.$\frac{5}{7}$ ab angulo ACH. dempto FCH manet ACL. æqualis BFG. ſimul 154.$\frac{2}{7}$ nã ad baſem H. & C. Iſoſcelis quilibet eſt 64.$\frac{2}{7}$ à quo ſublato 25.$\frac{5}{7}$ pro LCH. manet 38.$\frac{4}{7}$ ACL. ad arcum relatus pro BF. efficitur 77.$\frac{5}{7}$ & totidem pro eius coæqualis BFG. fiunt ea ſumma bis 154.$\frac{2}{7}$ tota itaque peripheria diſtributa eſt in ſeptem partes quod anguli conſentium, ſi de quantitate eius lateris HC. inquiratur. Ponamus diametrum HE. eſſe quatuor vnitates, eius dimidium binariũ AH. & vtraque ſecetur in eadem ratione in L. vt iam factum habemus per v. propoſitionem libri xiij.

Eſi-



Euclidis, ſecari in A. centro. Rurſus in eadem, & quatuor de tota HE. diametro fieri in ſerie analogica LE. AE. AL. LH. earum partium quantitates ex ordine ſunt r.5 † 1 | 2 | r.5—1 | 3—r.5 partiū quare per 16. ſexti idem productum habetur, ex duabus extremis, quam à duabus medij r.5 † 1. m 3—r.5 LE. in LH. fiunt r.20—2 totidē 2. in r.5—1 cui addatur quadratum ex LH. 14—r.180. effucetur ſumma algebricè 12—r.80. quadratum HC. 12—r.80. latus verò inuentum poteſtatiuè erat r. (12—r.80. quod neqnit aliter enunciari ob naturam generis diſcreti; at quoniam tota HE. taxa-

uimus

uimus 4. vnitates ſi HC. quadrato, addatur CEq. rectus erit HCE. angulus, & CE. componetur ex LC. quod fuerat r.20—2. atque ex quadrato portionis LE. r.5 † 1. inſerit r.20 † 6. quorum ſumma r.80 † 4. addita HCq. ——— r.80 † 4

——— 12—r.80

redit quadratũ diametri eius relatus vni. 16. 0
tates quatuor, tot fuere limitata à princi- 4
pio.

Cõcluſio. Quocirca tã ignotum latus polygoni ſeptẽ laterum fuerat noſtris prædeceſſoribus, quod ordinatio figurarum imparium, vt nõ vltra pentagonum nullus fuerat qui procederet ad heptagonum, & tamen L. punctum extremum pentagoni in circulo ſcribendi (iuxta formam Ptolemæi, qua vtuntur omnes commodior, quam Euclidis) pentagonum altera conſimili analogia heptagonum affert in ſchemate punctum L. illud idem, in quod à circuli puncto quadrantis, linea nimirum potens hexagoni, & decagoni quadrata per 10. libri 13. Eucledis. Fit latus pentagoni, & ſecatur, vt ſupra diximus in L. ſemidiameter media, ac extrema ratione non itaque pentagonus clauſerat progreſsũ ad alios polygonos, ea imparibus lateribus; immò nobis oſtendit ad heptagonum iter tutiſſimum; ſi itaque in eodem ſchemate inter diametrum totam HE. & LE. acquiſitam per v. propoſitionem libri xiij. inuenias per 8. ſexti mediam in ratione erit

ducta

(ducta CE.) quadratum potens, ab eo diametri quadrato, deductum, vt reliquum CH. fiat quadratum lateris heptagoni. Erat HE. vnitates 4. in LE. r.5. † 1. ducta, ſimul ſunt r.80. † 4. quanta erat ſumma LCq†LEq. & illi quadratū r.4 — r,80 pro quadrato HL. in ſe ſumma redire videtur quadratum 16. ideſt radix diameter 4. Cur autem, quæ facillima fuerant ex natura rei noſtri non viderant præceſſores, defectus in inquiſitione fuit per elementa, & quoniam tot encomijs, atque laudibus inter humanas, atque myſticas ſcripturas videmus, & meritò celebrari numerum ſeptenarium, non poterat hoc honore fraudari Geometria, vt in perfectiſſima circuli figura non reperiret locum: inſpeximus igitur fuiſſe elemento fœcundiſſimo connexum, vbi ſi antiquiores aduertiſſent cogitando reperijſſent, quod idē dicimus de quadratura, pro exceſſu aucto ad circuli diametrum, abs natura ipſa oblatum: Vidimus clauem artificioſam ante fores paratam ad ingreſſum, non quidem commentitiam, vel luſoriam, at in ſuperficiem non attendimus, & præ oculis habemus, procul ad impropria vertimus ideo in luce erramus meridiana aliquando.

99 95-72-59